

## Vezelbundels en natuurkunde

In de moderne wiskunde doet zich een aantal nieuwe tendensen voor. De monsters van weleer, zoals nergens-differentieerbare krommen raken getemd; deze blijken in wezen eenvoudig, dat wil zeggen elementaire bouwstenen, te zijn, en ze zijn toepasbaar. Er begint een experimentele wiskunde te ontstaan; veel moois, interessants en toepasbaars blijkt eerder over het hoofd te zijn gezien. Het aantal voldoende diep geanalyseerde potentiële modellen neemt zeer snel toe, een voorbeeld vormt de zgn. soliton-revolutie. Bovenal lijkt de tijd van groeiende specialisatie voorlopig voorbij; het aantal en de omvang van dwarsverbindingen neemt toe en daar liggen de meer actieve onderzoekgebieden.

Dit alles speelt zich af in een atmosfeer van toenemende euforie, een lichtvoetige speelsheid die een periode van grote bloei lijkt aan te kondigen; een opgewekt gebrek aan ontzag voor gevestigde denkpatronen en begrippen - waarvan er dan ook vele op de helling blijken te moeten. Als voorbeeld van zo'n dwarsverbindingsactiviteit vertel ik hier iets over vezelbundels, mede omdat deze direct in verband staan met ontwikkelingen in de natuurkunde.

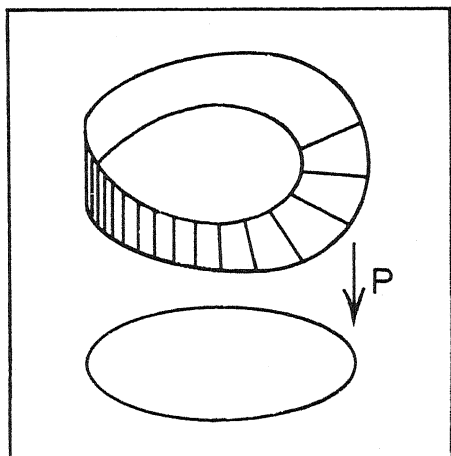


Fig. 1.  
Möbiusband boven cirkelbasis B.

Aanvankelijk waren natuurkundigen druk bezig met niet-abelse ijktheorieën, Yang-Mills velden; en wiskundigen, onafhankelijk, met vezelbundels, totdat in de jaren zestig werd opgemerkt dat ze eigenlijk aan hetzelfde werkten. Sinds dat moment is er heel wat gebeurd, en we hebben nu een volledig woordenboek voor vertaling ter beschikking: ijkgroep G correspondeert met structuurgroep G van een hoofdvezelbundel; ijktransformaties corresponderen met (vectorbundel) automorfismen; Yang-Mills veldsterkte met kromming van de connectie 1-

(vervolg op pag. 82)

# HARSHAW

Harshaw Chemie B.V., De Meern is een Dochteronderneming van Harshaw/Filtrol Partnership in Cleveland, U.S.A. en verantwoordelijk voor de productie en verkoop van producten op het gebied van Katalysatoren voor de Chemische Industrie, Processen en Apparatuur voor de Galvano-Techniek en Kern-Fysische Stralingsdetektoren.

Tot het marktgebied behoren geheel Europa en het Nabije Oosten.

Harshaw Chemie B.V. is een van de toonaangevende bedrijven op het gebied van Kern-Fysische Stralingsdetectie, voor zowel medische, biologische als fysische toepassingen. Het is voor deze afdeling dat Harshaw Chemie B.V. contact zoekt met een

## fysicus

Onze gedachten gaan uit naar een kandidaat met een voltooide academische opleiding (Fysica) met een specialisatie in een Nucleair Fysische richting en kennis van de electronica. De geschikte kandidaat, in de leeftijdsgroep van 25 tot 35 jaar, zal een ruime inwerkperiode in ons bedrijf moeten doormaken. Na deze periode zal hij belast worden met:

- het zoeken naar nieuwe toepassingsgebieden voor Stralingsdetektoren
- het optimaliseren van bestaande toepassingen
- het adviseren van klanten
- het verzorgen van de communicatie met de R + D afdeling van het Moederbedrijf
- het ontwikkelen van nieuwe stralingsdetektoren en producten.

Deze nieuwe funktionaris rapporteert aan de Commercial Manager Kern-Fysische Stralingsdetectie. Over de mogelijkheden, verdere regelingen en salaris, praten wij liever persoonlijk met hem.

Na ontvangst van een in het engels gestelde, korte maar informatieve sollicitatie, vergezeld van een recente pasfoto, zullen wij gaarne een afspraak maken voor een persoonlijk gesprek.

Al onze vakatures staan in principe open voor zowel vrouwelijke als mannelijke kandidaten.

## HARSHAW CHEMIE BV

Strijkviertel 67  
Postbus 19, 3453 ZG DE MEERN  
Tel. 03406-2244, tst. 112

De sectie Hoge-Energiefysica van het Nationaal Instituut voor Kernfysica en Hoge-Energiefysica (NIKHEF), Kruislaan 409 te Amsterdam heeft plaats voor een

## fysicus (m/v)\* (dr./drs./ir.)

**Volledige dagtaak. Vacaturenummer NTVN 7660.**

met ervaring op het gebied van real-time toepassingen van snelle micro-processoren, voor het ontwikkelen van op microprocessoren (veelal MC 68000) gebaseerde apparatuur in de Hoge-Energiefysica.

Versterking wordt gezocht voor een kleine, actieve groep, die de afgelopen jaren een multiprocessor systeem heeft ontwikkeld voor toepassing in experimenten in de Hoge-Energiefysica.

*Tot de taken behoren:* • zelfstandig wetenschappelijk onderzoek op het gebied van micro-processoren in de Hoge-Energiefysica i.h.b.: - "embedded" en "real time" microprocessor systemen, waaronder de ontwikkeling van netwerk faciliteiten - de ontwikkeling van "gate arrays" en "custom designed chips", gebruik makend van CAD/CAE systemen • de begeleiding van promovendi en studenten, die bij het onderzoek betrokken zijn • het verzorgen van een deeltaak in het onderwijsprogramma • het leiding geven aan het technisch personeel dat de onderzoeksactiviteiten ondersteunt.

Het onderzoek vindt in nauwe samenwerking plaats met de Facultaire Vakgroep Informatica, in het kader van de overeenkomst tussen FVI en NIKHEF-H. Het NIKHEF is een samenwerkingsverband van de Stichting voor Fundamenteel Onderzoek der Materie (FOM) te Utrecht, de Katholieke Universiteit Nijmegen (KUN), de Universiteit van Amsterdam (UvA) en de Vrije Universiteit (VU) te Amsterdam. Aanstelling zal geschieden conform de richtlijnen rangenstelsel wetenschappelijk medewerkers.

Nadere informatie kan worden verkregen bij dr. J. Langelaar, Beherend Directeur NIKHEF-H, telefoon 020-592 000.

Solliciteren kunt u als volgt • schriftelijk, binnen 14 dagen • in linkerbovenhoek van enveloppe en brief het vacaturenummer en "strikt vertrouwelijk" vermelden • op achterzijde enveloppe uw huisadres met postcode zenden aan: Universiteit van Amsterdam, afd. Personeelsvoorziening, Kamer 119, Postbus 19268, 1000 GG Amsterdam.

Een bevestiging van ontvangst wordt u door de wervende vakgroep toegezonden.

*\*Vrouwen wordt uitdrukkelijk verzocht te solliciteren.*

# Universiteit van Amsterdam



(Vezelbundels; vervolg van pag. 81)

vorm in de Lie-algebra; enz. enz. Vezelbundels speelden oorspronkelijk vooral een rol in de differentiaalmeetkunde voor het 'doen' van meetkunde op bollen, torussen en dergelijke. Gaandeweg zijn ze in gebruik geraakt in vele delen van de wiskunde, zoals algebraïsche topologie en meetkunde, algebra, representatietheorie, partiële differentiaalvergelijkingen en functionaalanalyse. In de mathematische fysica vinden ze toepassing via geometrische kwantisatie, in ijktheoriën, in vector- en tensorvelden, in solitontheorie en in Einstein gravitatie-theorie<sup>1</sup>.

### Möbiusband

Een goed voorbeeld van een vezelbundel is de Möbiusband (fig. 1) die men als volgt kan maken: van een strook papier het ene uiteinde een halve slag draaien en aan het andere bevestigen. De verkregen structuur ziet er lokaal hetzelfde uit als die van een cylinder, maar globaal niet. Men ziet dit laatste bijv. door te letten op de 'rand': bij de cylinder bestaat de rand uit twee stukken, bij de Möbiusband uit één stuk; de rand van een Möbiusband is zelf weer een cirkel die de basiscirkel twee keer overdekt. De structuur van de Möbiusband kan iedereen vertrouwd zijn, want deze is ingebouwd in de combinatie polselleboog-schoudergewricht van een mens: het is onmogelijk een glas wijn in een hand te houden, over 360° te draaien om de verticale as zonder te morsen, het glas los te laten, de voeten te verplaatsen of de arm te breken, en toch in dezelfde uitgangspositie terug te keren; wel kan men het glas zo over 720° draaien, en daarbij beschrijft het glas een baan die de rand vormt van een Möbiusband. De oefening komt o.a. voor in een Phillippijnse volksdans en, regelmatig, in mijn demonstraties bij lezingen.

### Precessie

Enige algemene wetenswaardigheden over vezelbundels zijn weergegeven in het kader op pag. 83.

De kenmerkende eigenschappen van vezelbundels spelen een rol bij diverse natuurkundige verschijnselen. Bijvoorbeeld in het geval van de precederende spinvector van een neutron in een uitwendig magneetveld. Hier speelt nog alleen de topologie van de vezelbundel een rol. De precessiesnelheid kan worden berekend en men kan zich afvragen of het neutron na een rotatie van 360° weer in dezelfde toestand verkeert als daarvoor; met behulp van neutron-interferometrie kan de vraag ook experimenteel worden beantwoord. Het blijkt dat na 360° destructieve interferentie optreedt en dat pas na 720° draaiing de spinvector van het neutron weer in dezelfde stand staat als tevoren. De toestandsruimte van het neutron vormt een dubbele overdekking van de cirkel. d.w.z. de rand van de Möbiusband. Dit is typisch een niet-triviale vezelbundel.

(vervolg op pag. 84)



**J. A. COHEN INSTITUUT**  
INTERUNIVERSITAIR INSTITUUT VOOR  
RADIOPATHOLOGIE EN STRALENBESCHERMING

### Cursus Stralingsbescherming Niveau-3

Het J.A. Cohen Instituut, Interuniversitair Instituut voor Radiopathologie en Stralingsbescherming te Leiden geeft de 24ste Cursus Stralingsbescherming, op ca. 29 cursusdagen verspreid in de periode 26 november 1984 tot en met 25 april 1985.

Deze cursus bereidt voor op het examen, dat geacht wordt de deskundigheid te toetsen, die op grond van de Kernenergiewet wordt vereist voor beheerders van een zogenaamd C-laboratorium.

Voor enkele categorieën is het volgen van een schriftelijke Voorcursus Wiskunde, die half augustus start, van groot nut gebleken.

De kosten voor de eigenlijke cursus bedragen f 1600,-, voor de Voorcursus Wiskunde f 90,-.

Inlichtingen over en aanmeldingsformulieren voor deze cursussen kunnen **schriftelijk** worden aangevraagd bij bovengenoemd instituut, Rijnsburgerweg 86, 2333 AD Leiden.

De aanmeldingstermijn sluit op **27 juli 1984**.

*(Kader artikel 'Vezelbundels en natuurkunde')*

**Wat zijn vezelbundels?**

Een vezelbundel  $E$  met vezel  $F$  over een basisruimte  $B$  is een ruimte  $E$ , te zamen met een projectie  $P$  die  $E$  op  $B$  afbeeldt zo, dat boven elk voldoende klein stuk  $U$  van  $B$ ,  $E$  eruit ziet als het cartesisch produkt van  $U$  en  $F$ , genoemd als  $U \times F$ .

$U \times F$  is gedefinieerd als de verzameling van paren  $(u, f)$  waarbij  $u$  een element is in  $U$ , en  $f$  een element in  $F$ . In figuur 2 is dit voor een eenvoudig geval getekend, met een lijn als basis  $B$ ; drie

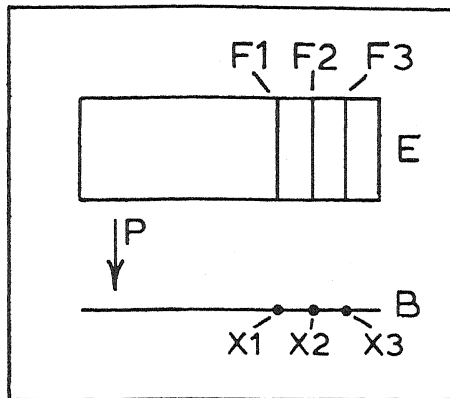


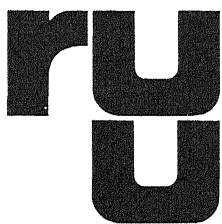
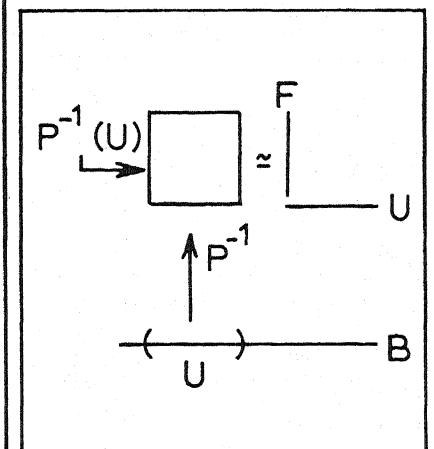
Fig. 2. Vezelbundel  $E$  met enkele afzonderlijke vezels  $F_1, F_2$  en  $F_3$  boven een basis  $B$ .  $P$  projecteert  $E$  op  $B$ , en  $F_1$  op  $x_1$ .

vezels  $F_1, F_2, F_3$  die door projectie  $P$  respectievelijk worden afgebeeld op  $x_1, x_2$  en  $x_3$  in  $B$ ; en vezelbundel  $E$  die het geheel is van alle mogelijke vezels  $F$ .

De definitie van een vezelbundel houdt in dat er een isomorfisme  $W$  is waaronder  $U \times F$  isomorf is met de inverse projectie  $P^{-1}(U)$  zo, dat de vezelstructuur wordt gerespecteerd, d.w.z.  $W(P^{-1}(x)) = \{x\} \times F$ . In figuur 3 is, voor het eenvoudige geval, de invers geprojecteerde ruimte  $P^{-1}(U)$  'zichtbaar' isomorf met de eveneens getekende produktruimte  $U \times F$ .

Bij specificatie van een fysisch model, en bij andere toepassingen, is de vezelbundel op zich vaak nog onvoldoende en is als extra element ook een zgn. connectie op de bundel nodig. Een connectie beschrijft hoe een punt in de vezel boven een basispunt parallel mee wordt getransporteerd als het basispunt rondreist. De basis kan bijv. de fysieke positie van een deeltje zijn, en de vezel de verzameling mogelijke fasefactoren van het deeltje. Tenslotte nog een definitie. Een sectie van een vezelbundel  $E$  met projectie  $P$  over basis  $B$  is een continue afbeelding  $S$  van  $B$  op  $E$  zodat  $P \circ S$  de identiteit is. In geval  $E = B \times F$ , is een sectie niets anders dan een functie die  $B$  op  $F$  afbeeldt. Secties zijn iets algemener dan functies, en maken het daarmee juist mogelijk lokaal gegeven entiteiten te verbinden tot een globaal geheel. Ook vector- en tensorvelden zijn iets algemener dan functies, en deze worden bijv. beschreven door secties in geslaagde vezelbundels. Bij dit proces komen dan soms niet-triviale vezelbundels dwingend te voorschijn<sup>2</sup>, bijv. in de natuurkunde bij het geval van de precederende spinvector van een neutron in een uitwendig magneetveld.

Fig. 3. Boven de basis  $B$  is, links, de inverse projectie van een lokaal stuk  $U$  getekend, aangegeven met  $P^{-1}(U)$ . Deze is isomorf met de rechts getekende cartesische-produktruimte  $F \times U$ .



Rijksuniversiteit Utrecht

Per 1 september 1984 is in de faculteit Wiskunde- en Natuurwetenschappen binnen de Subfaculteit Natuur- en Sterrenkunde bij het instituut voor Theoretische Fysica vacant de functie van

# gewoon hoogleraar

in het vakgebied van de Theoretische Natuurkunde.

Deze zal leiding geven aan het wetenschappelijk onderzoek op het gebied van statistische fysica en gecondenseerde materie. Voorts zal betrokkene meewerken aan zowel het algemeen natuurkundig onderwijs als aan onderwijs dat specifiek gericht is op de studie in de theoretische fysica. Tevens dient hij/zij bereid en in staat te zijn een bijdrage te leveren aan organisatorische- en bestuurlijke taken.

Candidaten worden geacht een internationale reputatie te hebben op het gebied van de statistische fysica en gecondenseerde materie en een brede belangstelling op het gebied van de theoretische fysica.

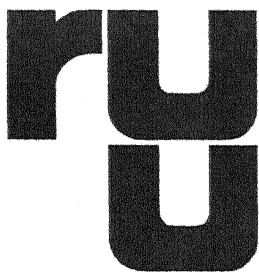
Sollicitanten die de Nederlandse taal niet beheersen moeten bereid zijn zich binnen twee jaar zodanig in deze taal te leren uitdrukken dat onderwijs in het Nederlands gegeven kan worden.

Nadere inlichtingen kunnen worden ingewonnen bij de voorzitter van de benoemingsadviescommissie: Prof. dr. M.H. Ernst, Instituut voor Theoretische Fysica, Princetonplein 5, 3584 CC Utrecht, telefoon: 030 - 532284.

Salariëring geschiedt volgens rijksregeling in de schaal voor hoogleraar A.

Sollicitaties, vergezeld van een curriculum vitae en lijst van publicaties, dienen binnen 4 weken na verschijnen van dit blad te worden gericht aan de ambtelijke secretaris van de benoemingsadviescommissie, de heer A. van Nieuwpoort, Postbus 80.000, 3508 TA Utrecht, onder vermelding van vacaturnummer 142.064.

Degenen, die de aandacht willen vestigen op naar hun mening geschikte kandidaten, worden uitgenodigd dit mede te delen aan de benoemingsadviescommissie.



Rijksuniversiteit Utrecht

Bij de vakgroep Biofysica van de Subfaculteit Natuur- en Sterrenkunde is een vacature voor een jong

## experimenteel natuurkundige (drs. of ir.) m/v

**Taak:** het uitvoeren van onderzoek op het gebied van de ordening en het dynamisch gedrag van de moleculen in modelmembranen met behulp van Electron Spin Resonantie Spectroscopie. Naast het experimentele werk zullen er computer simulatie berekeningen uitgevoerd moeten worden om, de voor de beschrijving van de moleculaire bewegingen op te stellen, modellen te toetsen.

Het is de bedoeling dat het onderzoek met een promotie afgerond wordt. Tevens wordt een bijdrage gevraagd aan het onderwijsprogramma van de Subfaculteit.

**Aanstelling:** zal geschieden in een tijdelijk dienstverband voor een periode van maximaal vier jaar. Salaris volgens rijksregeling.

**Inlichtingen:** kunnen worden ingewonnen bij dr. J. Joosten, tel. 030-532339 of bij Prof. dr. Y. K. Levine, tel. 030-532363.

**Sollicitaties:** met curriculum vitae te richten aan de personeelsfunctionaris van de Subfaculteit Natuur- en Sterrenkunde, de heer W. Verhoeven, Postbus 80.000, 3508 TA Utrecht, onder vermelding van vacaturnummer 154.142.066. Vrouwelijke kandidaten voor deze functie die menen aan de gestelde eisen te voldoen wordt uitdrukkelijk verzocht te solliciteren.



BIJ HET FOM-INSTITUUT  
VOOR ATOOM- EN MOLECUULFYSICA

Directeur: Professor dr. J. Los

Kruislaan 407, 1098 SJ Amsterdam  
telefoon: 020-946711

is plaats voor een

## EXPERIMENTEEL FYSICUS (drs. of ir.) (m/v)

### Onderzoek:

Er zal een geheel nieuwe methode worden ontwikkeld ter bepaling van de atomaire structuur van oppervlakken, grensvlakken en monolagen.

De methode berust op twee-dimensionale diffractie van synchrotronstraling bij Röntgenenergieën. De plannen voorzien in de bouw van een speciale ultra-hoog-vacuümkamer voor diffractie-onderzoek in combinatie met MBE kristalgroei van Si, Ge, GaAs en Silicidelagen.

Het overige onderzoek van de groep omvat een breed programma op het gebied van de halfgeleiderfysica, MBE kristalgroei en de kristallografie van grensvlakken met ionenbundels, in samenwerking met het Philips Natuurkundig Laboratorium.

### Taak:

Het bouwen van de benodigde apparatuur voor kristalgroei en diffractie-onderzoek, onder gelijktijdige deelname aan het halfgeleider-onderzoek in Amsterdam en bij de synchrotronstralingsbron SRS te Daresburg, Engeland. Het onderzoek kan leiden tot een promotie. Ervaring in oppervlaktefysisch onderzoek is niet vereist.

### Aanstelling:

Zal geschieden bij de Stichting FOM op een arbeidsovereenkomst voor bepaalde tijd voor een periode van vier jaar.

### Inlichtingen:

Bij de werkgroep leider dr. J.F. van der Veen.

### Sollicitaties:

Met curriculum vitae schriftelijk te richten aan de directeur van het Instituut.

(Vezelbundels; vervolg van pag. 82)

Een ander waarneembaar verschijnsel dat beschreven wordt door een ingewikkelder vezelbundel, namelijk één met een connectie (zie kader), d.w.z. een vezelbundel waarin de meetkunde en vooral de kromming van de connectie een rol speelt, is het Aharonov-Bohm effect: Het interferentiepatroon van een bundel elektronen die eerst wordt gesplitst zodat de twee halve bundels buiten om een solenoïde heen gaan en dan weer worden verenigd, verandert met de sterkte van het magneetveld in de solenoïde, ook al bewegen de elektronen uitsluitend in een gebied dat vrij is van magnetisme. De kromming van de connectie correspondeert in dit geval met de sterkte van het magneetveld in de solenoïde. De vezel representeert de mogelijke fasefactoren. De connectie op de vezelbundel geeft aan hoe de fasecomponent evolueert.

### Ruimte-tijd

De kennis over vezelbundels is snel ontwikkeld, en de vele synergetische effecten op dit gebied zijn duidelijk het gevolg van de studie van één en hetzelfde object vanuit de verschillen in achtergrond en gezichtspunt tussen wiskunde en natuurkunde. Dat de wiskunde de natuurkunde verder helpt, is niet nieuw - al kan men zich wel afvragen waarom het allemaal zo precies klopt en waarom de beschikbare wiskunde weer eens zo goed toegesneden bleek te zijn. In dit geval blijkt de natuurkunde ook de wiskunde vooruit te helpen. Zo heeft bijv. Witten<sup>3</sup> een nieuw en mooi bewijs geleverd van de Morse-ongelijkheden, waarbij hij voor fysici heel natuurlijke ideeën toepaste. En recent gebruikte Freedman<sup>4</sup> een toepassing van ijktheorie om aan te tonen dat uitsluitend de vierdimensionale ruimte meer dan één differentiaalstructuur toelaat: onze favoriete tijd-ruimte is inderdaad heel bijzonder.

Michiel Hazewinkel

1. De klassieke faseruimte van de Hamiltoniaanse mechanica is overigens eigenlijk ook een vectorbundel, namelijk de zogenaamde cotangentenbundel over de configuratieruimte.

2. Een eenvoudig geval van een ijktransformatie kan als volgt worden beschreven. Bekijk een vezelbundel  $E$  over  $B$  met vezels  $\mathbb{R}^n$ ; dat is dan een vectorbundel. Een vectorbundel-isomorfisme van  $E$  is een inverteerbare continue afbeelding van  $E$  op zichzelf, die de vezel  $P^{-1}(x)$  in zichzelf overvoert en die een isomorfisme van vectorruimten  $P^{-1}(x) \rightarrow P^{-1}(x)$  induceert voor alle  $x$  in  $B$ . Lokaal geldt altijd  $E = B \times \mathbb{R}^n$ ; laat dit echter ook globaal gelden, dan is een vezelbundel-isomorfisme van  $E$  een afbeelding van de vorm  $(x, v) \rightarrow (x, g(x)v)$ . Hierin is  $g$  een inverteerbare  $n \times n$  matrix die van  $x$  afhangt, en dat is juist een (eenvoudige) ijktransformatie.

3. E. Witten, Supersymmetry and Morse theory, J. of Diff. Geom. 17(1982)661; Holomorphic Morse inequalities, preprint Princeton Univ., 1983.

4. M.H. Freedman, The topology of four dimensional manifolds, J. Diff. Geom. 17(1982)357.